Proposta per l’elaborato di matematica e fisica

**Per lo studente**

# Studio di funzione e circuiti

## Rifletti sulla teoria

* Spiega come si possono calcolare gli asintoti orizzontali di una funzione. Fornisci un esempio di funzione dotata di asintoti orizzontali, ma non di asintoti verticali.
* Definisci gli integrali impropri su un intervallo illimitato. Fornisci un esempio di funzione il cui integrale improprio su un intervallo illimitato è convergente e uno di funzione il cui integrale improprio su un intervallo illimitato diverge a .
* Enuncia il teorema di Fermat. Perché la condizione espressa dal teorema è necessaria, ma non sufficiente per l’esistenza di estremi relativi per la funzione?

Considera un circuito costituito da due resistori diversi, posti in serie tra loro e collegati a un generatore ideale.

* Spiega l’effetto Joule. Esprimi la potenza dissipata sulla resistenza complessiva in funzione della differenza di potenziale del generatore e delle due resistenze del circuito.
* Spiega l’interazione magnete-corrente.

## Mettiti alla prova

Considera la famiglia di funzioni definite da:

con parametro reale positivo.

1. Verifica che tutte le funzioni della famiglia hanno un massimo di ascissa e un flesso di ascissa .
2. Considera . Completa lo studio di funzione e disegna il suo grafico in un opportuno sistema di riferimento cartesiano.
3. Studia la convergenza dell’integrale improprio .

Un circuito di resistenza complessiva è alimentato da un generatore di resistenza interna e f.e.m. .

1. Determina l’espressione della potenza dissipata per effetto Joule sulla resistenza in funzione dei dati del problema. Spiega che cosa accade se .
2. Nel caso particolare in cui e , determina per quale valore di è massima la potenza dissipata e trovane il valore.

## Possibile integrazione multidisciplinare

* **René Descartes** è noto sia per i suoi contribuiti matematici, come il piano cartesiano, sia per le sue riflessioni filosofiche. Descrivi i temi salienti della sua opera filosofica e illustra in che modo matematica e **filosofia** si intrecciano nel suo lavoro.

Prosegue >>

**Per l’insegnante**

**Possibili domande da fare durante il colloquio**

In sede d’esame, per verificare l’effettiva comprensione della parte teorica, si possono fare allo studente le seguenti domande.

* Spiega come si possono calcolare gli asintoti obliqui di una funzione. Fornisci un esempio di funzione dotata di asintoti obliqui, ma non di asintoti verticali.
* Definisci gli integrali impropri di funzioni con un numero finito di punti di singolarità. Fornisci un esempio di funzione il cui integrale improprio di questo tipo è convergente e uno di funzione il cui integrale improprio di questo tipo diverge a .
* Enuncia il teorema di Weierstrass. Una funzione è continua e strettamente crescente nell’intervallo . È vero che ammette massimo assoluto?

Considera un circuito costituito da due resistori diversi, posti in parallelo tra loro e collegati con un generatore ideale.

* Spiega l’effetto Joule; in quale dei due rami del circuito la dissipazione di energia sulla resistenza è massima?
* Spiega la legge di Biot-Savart.

## Traccia di svolgimento del *Mettiti alla prova*

1. **Determiniamo minimi e flessi.**

Consideriamo la funzione. Determiniamo il massimo della funzione. Calcoliamo la derivata prima:

Studiamo il segno della derivata prima, ricordando che e :

.

Quindi ha un massimo di ascissa a prescindere dal valore di .

L’ordinata del massimo è:

Cerchiamo gli eventuali punti di flesso calcolando la derivata seconda della funzione:

Studiamo il segno della derivata seconda, ricordando che e :

Il punto di flesso ha ascissa e l’ordinata del flesso è:

1. **Studiamo la funzione .**

Consideriamo la funzione , nell’intervallo .

Per quanto già ricavato, la funzione ha un massimo di coordinate e un flesso di coordinate . Inoltre, la funzione data nell’intervallo considerato non è mai negativa e si annulla in .

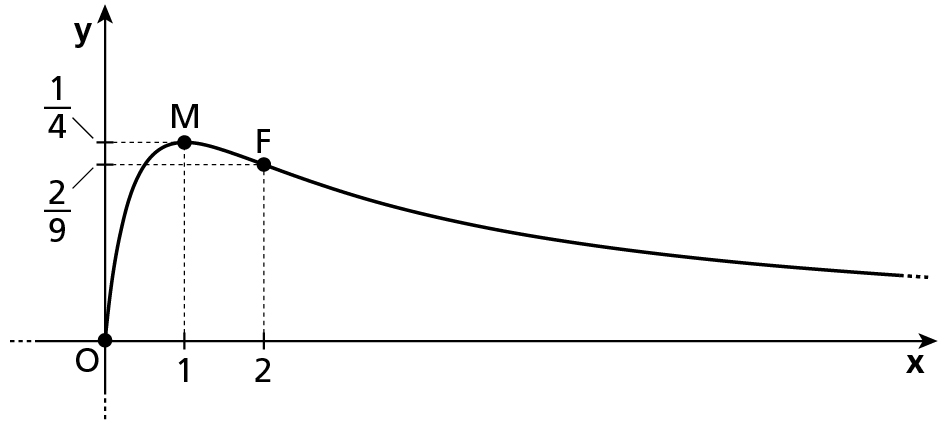
Il grafico della funzione non ammette asintoti verticali poiché il denominatore non si annulla nell’intervallo considerato.

Prosegue >>

Calcoliamo il limite della funzione agli estremi del dominio:

La funzione ammette un asintoto orizzontale di equazione

Tracciamo il grafico della funzione.



1. **Studiamo la convergenza dell’integrale improprio.**

Per definizione risulta

Calcoliamo:

Quindi:

L’integrale diverge a .

1. **Potenza dissipata sulla resistenza.**

Il circuito descritto è equivalente a un circuito in cui un generatore ideale di fem è in serie con due resistori, di resistenze e rispettivamente.

La resistenza equivalente è e la corrente che attraversa la resistenza è:

Pertanto, la potenza dissipata per effetto Joule sulla resistenza è:

Se dall’espressione precedente possiamo ricavare:

che corrisponde alla situazione di un generatore ideale di resistenza interna nulla.

Prosegue >>

1. **Calcoliamo la potenza massima per i valori dati.**

Nel caso particolare in cui e la funzione che esprime la potenza dissipata per effetto Joule sulla resistenza diventa:

ed è, quindi, proporzionale a quella studiata ai punti **1** e **2**. Il suo valore massimo si ottiene per :